

1. Παράγοντες και Πολλαπλάσια

Παράγοντες ενός αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που παράγουν τον αριθμό μέσω του **πολλαπλασιασμού** ή ονομάζεται κάθε αριθμός που **διαιρεί ακριβώς** τον αριθμό. Για παράδειγμα, το 5 είναι παράγοντας του 20, γιατί $20 \div 5 = 4$

$$3 \times 5 = 15 \rightarrow \text{γινόμενο}$$

Παράγοντας παράγοντας

φορές ή επί

15
$1 \times 15 = 15$
$3 \times 5 = 15$
Παράγοντες του 15:
1, 3, 5, 15

Πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που βρίσκονται στην **αλυσίδα πολλαπλασιασμού** του αριθμού ή είναι οι αριθμοί που δημιουργούνται από τον **πολλαπλασιασμό** του αριθμού αυτού επί οποιονδήποτε αριθμό. Για παράδειγμα, το 20 είναι πολλαπλάσιο του 5, γιατί $5 \times 4 = 20$.

Παράδειγμα:

Πολλαπλασια του 2: 2, 4, 6, 8, 10, ..., 28, 36, 84, ...

Πολλαπλάσια του 3: 3, 6, 9, 12, 15,, 30, 60, 66, ...

***** Τα **πολλαπλάσια** ενός αριθμού είναι **πάντα μεγαλύτερα** από τον αριθμό.

* Τα πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι άπειρα.

Τετράγωνοι αριθμοί είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από το γινόμενο ίδιων αριθμών.

Οι αριθμοί 1, 4, 9, 16...
ονομάζονται τετράγωνοι
αριθμοί, γιατί:

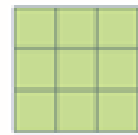
$$1 = 1 \times 1$$



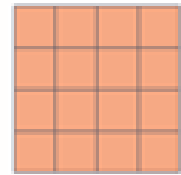
$$4 = 2 \times 2$$



$$9 = 3 \times 3$$



$$16 = 4 \times 4$$



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Λύνω τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις

$3 \times 6 = \dots\dots$

$5 \times \dots\dots = 45$

$35 \div 7 = \dots\dots$

$12 \div \dots\dots = 2$

$4 \times 20 = \dots\dots$

$7 \times \dots\dots = 63$

$40 \div 5 = \dots\dots$

$60 \div \dots\dots = 30$

$3 \times 200 = \dots\dots$

$8 \times \dots\dots = 32$

$55 \div 11 = \dots\dots$

$24 \div \dots\dots = 12$

$7 \times 2 = \dots\dots$

$4 \times \dots\dots = 44$

$54 \div 9 = \dots\dots$

$\dots\dots \div 7 = 4$

$9 \times 6 = \dots\dots$

$11 \times \dots\dots = 66$

$56 \div 8 = \dots\dots$

$\dots\dots \div 8 = 3$

$8 \times 9 = \dots$

$4 \times \dots = 0$

$3 \div 3 = \dots$

$\dots \div 3 = 7$

2. Επιλέγω τη σωστή απάντηση

A) Ο Κώστας αγόρασε από το βιβλιοπωλείο 9 παραμύθια που στοίχιζαν 3 ευρώ το καθένα. Πόσα πλήρωσε ο Κώστας στο βιβλιοπωλείο;

α) Αφαιρώ από 9 το 3.

β) Πολλαπλασιάζω το 9 με το 3.

γ) Διαιρώ το 9 με το 3.

δ) Προσθέτω το 9 με το 3.

B) Ο κ. Αντρέας φύτεψε στο περιβόλι του 8 σειρές με λεμονιές. Σε κάθε σειρά φύτεψε τον ίδιο αριθμό λεμονιών. Αν όλες οι λεμονιές που φύτεψε είναι 32 πόσες λεμονιές φύτεψε σε κάθε σειρά;

α) Αφαιρώ το 8 από το 32.

β) Πολλαπλασιάζω το 32 με το 8.

γ) Προσθέτω το 32 με το 8.

δ) Διαιρώ το 32 με το 8.

Γ. Στο κατάστημα αθλητικών ειδών οι μπάλες αντισφαίρισης πωλούνται σε συσκευασίες των 3. Η κ. Στέλλα χρειάζεται 27 μπάλες. Πόσες συσκευασίες πρέπει να αγοράσει;

α) $27 \times 3 =$

β) $27 - 3 =$

γ) $27 : 3 =$

δ) $27 + 3 =$

Δ. Ο κ. Γιάννης κρατούσε δύο χαρτονομίσματα των 50 ευρώ. Πόσα ρέστα πήρε αν αγόρασε 5 βιβλία που στοίχιζαν 7 ευρώ το καθένα;

α) $50 - (5 \times 7) =$

β) $100 + (5 \times 7) =$

γ) $100 - (5 \times 7) =$

δ) $50 - (5 + 7) =$

3 . Βάζω σε κύκλο τους τετράγωνους αριθμούς

5	12	16	24	25	64	72	81	100	36	80	20
---	----	----	----	----	----	----	----	-----	----	----	----

4. Κυκλώνω τα ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ του:

✓ 3: 9 18 32 29 27 150 60

✓ 8: 160 32 25 88 24 240 72 4000

5. Γράφω τους ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ των αριθμών

32	12	24	45
.....
.....
.....

Παράγοντες του:

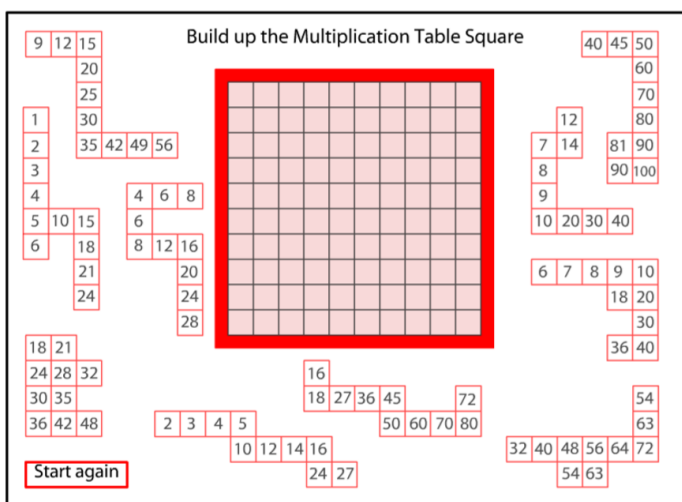
32: 12: 24: 45:

ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΚΑΙ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ

A)

<http://nrich.maths.org/5573>

Τα παιδιά καλούνται να συναρμολογήσουν τον πίνακα πολλαπλασιασμού, χρησιμοποιώντας τα κομμάτια που δίνονται.



B)

<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=155>

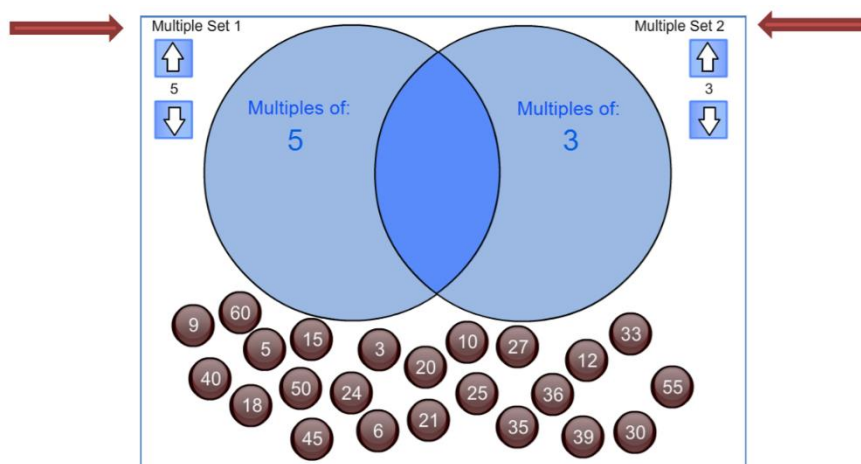
Ο πίνακας πολλαπλασιασμού μπορεί να αξιοποιηθεί για τον εντοπισμό μοτίβων.

Στο παράδειγμα που παρουσιάζεται εντοπίζονται οι τετράγωνοι αριθμοί.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0									
1		1								
2			4							
3				9						
4					16					
5						25				
6							36			
7								49		
8									64	
9										81

Γ) <http://www.teacherled.com/resources/vennmultiples/vennmultipleload.swf>

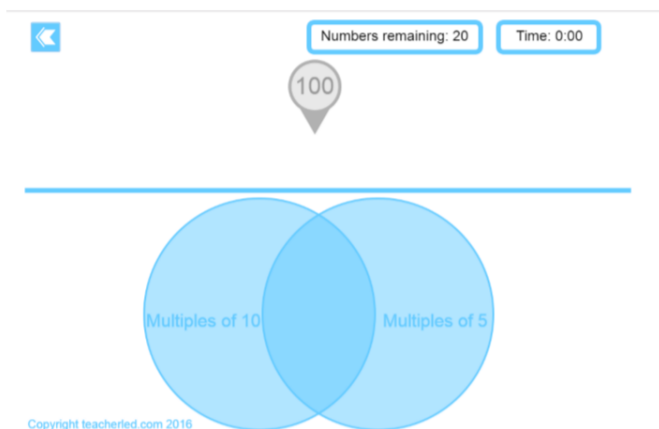
Τα παιδιά καλούνται να τοποθετήσουν στο διάγραμμα τους αριθμούς που εμφανίζονται στο κάτω μέρος της οθόνης με κριτήριο κατά πόσο είναι πολλαπλάσια συγκεκριμένων αριθμών. Ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να καθορίσει τα δύο σύνολα του διαγράμματος χρησιμοποιώντας τα βέλη στα σημεία "multiple set 1" και "multiple set 2".



Δ) <http://www.teacherled.com/iresources/charts/venns/>

Τα παιδιά επιλέγουν ζευγάρια αριθμών (π.χ. 6 και 8) και καλούνται να τους τοποθετήσουν στην κατάλληλη θέση του βέννειου διαγράμματος.

Φιλικό προς οθόνες αφής



2. Ατελής διαίρεση

Όταν σε μια διαίρεση το **υπόλοιπο είναι 0**, τότε ονομάζεται **τέλεια διαίρεση**. Για παράδειγμα,

$$28 \div 7 = 4$$

↓ ↓ ↓
δαιρετέος δαιρέτης πηλίκο

Το πηλίκο είναι 4 και το υπόλοιπο 0.

Όταν σε μια διαίρεση το **υπόλοιπο δεν είναι 0**, τότε ονομάζεται **ατελής διαίρεση**. Για παράδειγμα, το πηλίκο της διαίρεσης $29 \div 6$ είναι 4 και το υπόλοιπο είναι 5.

Πώς βρίσκω μια ατελή διαίρεση:

Παράδειγμα: $16 \div 5$

Α' τρόπος

Βρίσκω ποιο πολλαπλάσιο του 5 είναι πιο κοντά στο 16

15

~~$16 \div 5 = 3$~~ και υπ. 1 ή

Β' τρόπος

Πολλαπλασιάζω το 5 μέχρι να φτάσω όσο πιο κοντά στο 16 γίνεται.

$5 \times$; να φτάσω κοντά στο 16.

$5 \times \textcircled{1} = 5$ (είμαι μακριά από το 16)

$5 \times \textcircled{2} = 10$ (πλησιάζω στο 16)

$5 \times \textcircled{3} = 15$ (είμαι πολύ κοντά στο 16)

Άρα $16 \div 5 = 3$ και υπ. 1

*** Το υπόλοιπο μιας διαίρεσης είναι μικρότερο από τον δαιρέτη.**

Για παράδειγμα, σε μια διαίρεση με δαιρέτη το 3, το υπόλοιπο είναι δυνατόν να έχει τις τιμές 0, 1 ή 2.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Άσκηση 1: Βρίσκω το πηλίκο γράφοντας τον πλησιέστερο πολλαπλασιασμό και στη συνέχεια γράφω το υπόλοιπο των διαιρέσεων.

π.χ. $32 : 5 = \dots\dots$ και υπόλοιπο $2\dots$ Πλησιέστερος $6 \times 5 = 30\dots$ πολ/σμός	$57 : 6 = \dots\dots$ και υπόλοιπο $\dots\dots$ Πλησιέστερος..... πολ/μος
$20 : 7 = \dots\dots$ και υπόλοιπο $\dots\dots$ Πλησιέστερος πολ/σμός	$47 : 4 = \dots\dots$ και υπόλοιπο $\dots\dots$ Πλησιέστερος..... πολ/μος
$48 : 5 = \dots\dots$ και υπόλοιπο $\dots\dots$ Πλησιέστερος πολ/σμός	$26 : 3 = \dots\dots$ και υπόλοιπο $\dots\dots$ Πλησιέστερος..... πολ/μος

Άσκηση 2: Απαντώ

A) Πόσες τριάδες σχηματίζουν 27 παιδιά;

Πόσα παιδιά περισσεύουν;

B) Πόσες πεντάδες σχηματίζουν 33 μολύβια;

Πόσα μολύβια περισσεύουν;

Γ) Πόσες εξάδες σχηματίζουν 50 αυγά;

Πόσα αυγά περισσεύουν;

Δ) Πόσες τετράδες σχηματίζουν 39 βιβλία;

Πόσα βιβλία περισσεύουν;

Άσκηση 3: Συμπλήρωσε

(α) $28 \div 9$

Διαιρετέος

Διαιρέτης

Πηλίκο

Υπόλοιπο

(β) $43 \div 8$

Διαιρετέος

Διαιρέτης

Πηλίκο

Υπόλοιπο

(γ) $35 \div 7$

Διαιρετέος

Διαιρέτης

Πηλίκο

Υπόλοιπο

(δ) $46 \div 6$

Διαιρετέος

Διαιρέτης

Πηλίκο

Υπόλοιπο

Άσκηση 4: Να διαγράψεις τους αριθμούς που είναι αδύνατο να δείχνουν το υπόλοιπο κάθε διαίρεσης.

(α)  $\div 3$ υπόλοιπο διαίρεσης: 2 5 1 4 6

(β)  $\div 8$ υπόλοιπο διαίρεσης: 2 9 8 5 7

(γ)  $\div 5$ υπόλοιπο διαίρεσης: 1 4 5 3 8

(δ)  $\div 9$ υπόλοιπο διαίρεσης: 3 6 8 5 9

ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΑΤΕΛΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ

A)

<http://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspDetail&ResourceID=1002>

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για αναπαράσταση τέλει ή ατελούς διαίρεσης. Ο χρήστης καθορίζει τον διαιρετέο ("aliens") και τον διαιρέτη ("bus size").

The image displays two side-by-side screenshots of a division application interface. Both screenshots show a control panel at the top with 'Aliens' and 'Bus size' sliders, an 'Autopilot' checkbox, and a 'Recall' button. Below the control panel is a visual representation of a road with buses and aliens. The left screenshot shows 14 aliens and 3 bus size, with 4 buses used and 2 aliens remaining. The right screenshot shows 12 aliens and 3 bus size, with 4 buses used and 0 aliens remaining. Below the visual representation is a 'Show:' section with three checkboxes: 'As division', 'Remainder as fraction', and 'Alien numbers'. The text below the visual representation provides the total number of aliens, the bus size, and the number of buses used.

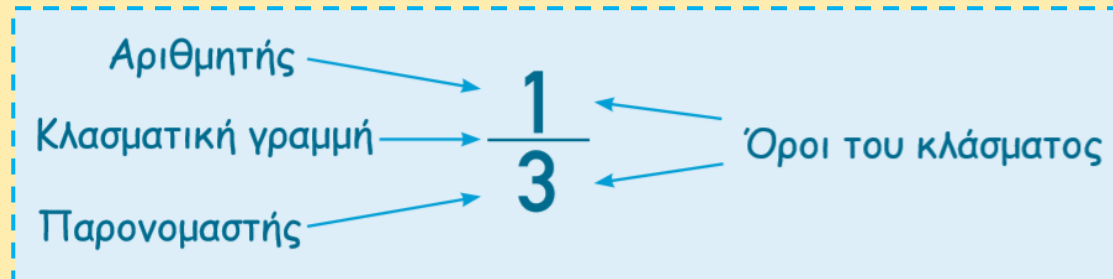
Aliens	Bus size	Autopilot	14 aliens total.	Each bus holds 3 aliens.	You've used 4 buses.	There are 2 aliens remaining.						
14	3	<input type="checkbox"/>	12	3	<input type="checkbox"/>	12	3	<input type="checkbox"/>	12 aliens total.	Each bus holds 3 aliens.	You've used 4 buses.	

3. ΚΛΑΣΜΑΤΑ

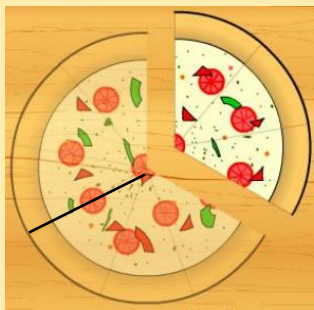
ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ...

Κλάσμα είναι το κομμάτι, δηλαδή ένα μέρος κάποιου πράγματος/συνόλου. Το κλάσμα δηλώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε το ολόκληρο (τον "όλον") και πόσα από αυτά πήραμε.

Κλάσμα: $\frac{\text{πόσα μέρη πήραμε}}{\text{σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε}}$; $\frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$



Παράδειγμα Α': Έφαγα το $\frac{1}{3}$ της πίτσας. Σημαίνει ότι ήταν μία πίτσα χωρισμένη σε 3 κομμάτια από τα οποία πήρα το 1 και το έφαγα.



$$\frac{1}{3}$$

Παράδειγμα Β': Κλάσμα ως μέρος συνόλου

- 1) Ο παρονομαστής δείχνει ότι πρέπει να μοιράσουμε το 12 σε 4 ίσα μέρη. (Διαιρώ)
- 2) Ο αριθμητής δείχνει ότι παίρνουμε τα 3 μέρη. (Πολλαπλασιάζω)

$$\begin{array}{l} \times \quad \frac{3}{4} \text{ του } 12 = 9 \\ \quad \quad \quad \div \quad 3 \end{array}$$

Τα $\frac{3}{4}$ του 12

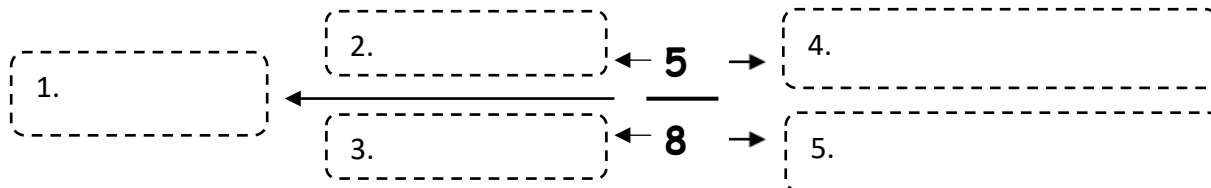
Το $\frac{1}{4}$ του 12 είναι 3.

Τα $\frac{3}{4}$ του 12 είναι $3 \times 3 = 9$.

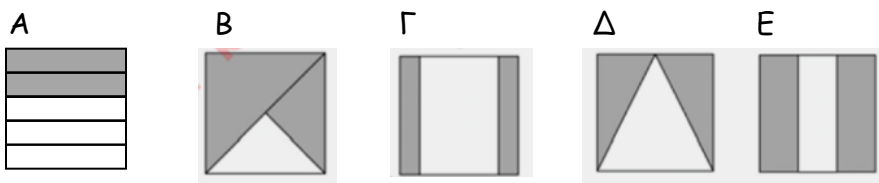
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Άσκηση 1: Βάλε τις πιο κάτω λέξεις ή φράσεις στη σωστή θέση

Κλασματική γραμμή, αριθμητής, παρονομαστής, αυτός «κόβει»/διαφεί σε ίσα μέρη, αυτός παίρνει τα ίσα μέρη (πολλαπλασιάζει).



Άσκηση 2: Σε ποιο σχήμα είναι σκιασμένα τα $\frac{2}{3}$ της επιφάνειας;



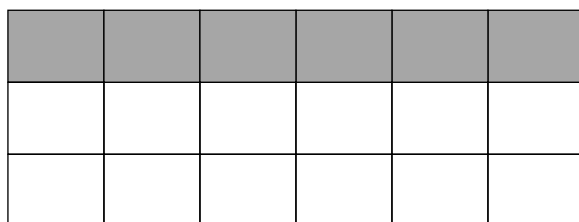
Δικαιολόγησε την απάντησή σου:

.....

.....

Άσκηση 3: Κυκλώνω τη σωστή απάντηση.

3.1 Τι μέρος του ορθογωνίου είναι σκιασμένο;



(α) $\frac{1}{2}$

(β) $\frac{1}{3}$

(γ) $\frac{6}{12}$

(δ) $\frac{2}{3}$

3.2 Ένα γλύκισμα μοιράστηκε σε 8 ίσα κομμάτια. Ο Γιάννης έφαγε 3 κομμάτια του γλυκίσματος. Τι μέρος του γλυκίσματος έφαγε ο Γιάννης;

- (α) $\frac{1}{8}$ (β) $\frac{3}{8}$ (γ) $\frac{3}{5}$ (δ) $\frac{8}{3}$

Άσκηση 4: Κυκλώνω τη σωστή απάντηση.

Συμπληρώνω

Κάνω τις πράξεις.

A. Το $\frac{2}{3}$ του 24 είναι το **16** .

Το $\frac{1}{3}$ του 24 είναι $(24 : 3) = 8$

Τα $\frac{2}{3}$ του 24 είναι $(2 \times 8) = 16$

B. Τα $\frac{2}{6}$ του 54 είναι το

.....

Γ. Τα $\frac{4}{9}$ του 45 είναι το

.....

Δ. Τα $\frac{6}{8}$ του 48 είναι το

.....

E. Τα $\frac{3}{7}$ του 21 είναι το

.....

Z. Το $\frac{1}{7}$ του είναι το 5.

.....

Άσκηση 5: Απαντώ.

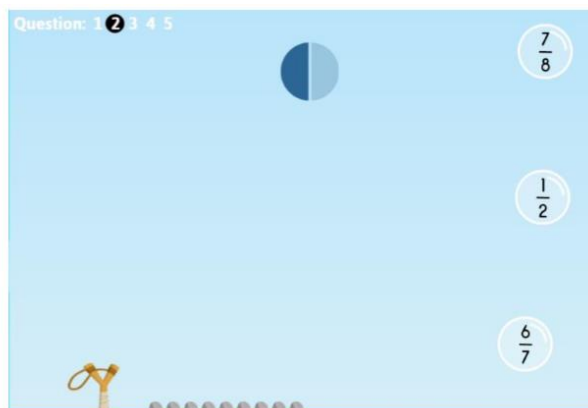
- Τι μέρος της ώρας είναι τα τριάντα λεπτά;
- Τι μέρος του κιλού είναι τα 500 γραμμάρια;
- Πόσα εκατοστόμετρα (cm) είναι το $\frac{1}{4}$ του μέτρου;

ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

A)

http://www.abcya.com/fraction_fling.htm

Τα παιδιά επιλέγουν τη συμβολική μορφή του κλάσματος που παρουσιάζει η αναπαράσταση, χτυπώντας την με τη σφεντόνα. Από την αρχική σελίδα επιλέγουμε τα κλάσματα που θα εμφανιστούν να είναι γνήσια κλάσματα και όχι μικτοί αριθμοί.

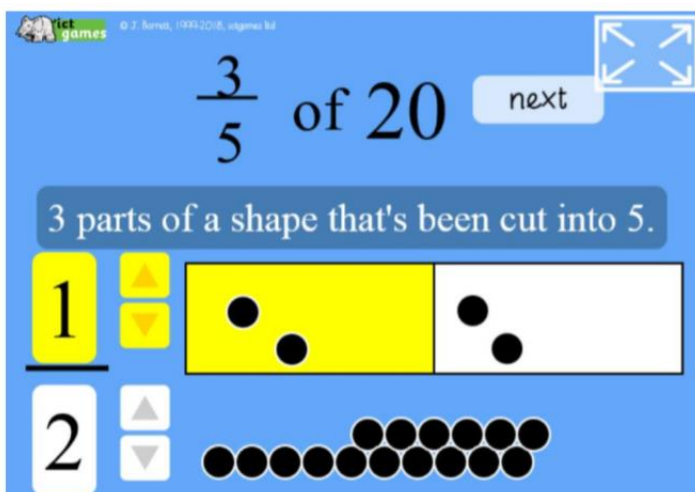


B)

<https://www.ictgames.com/mobilePage/fractions/index.html>

Φιλικό προς οθόνες αφής

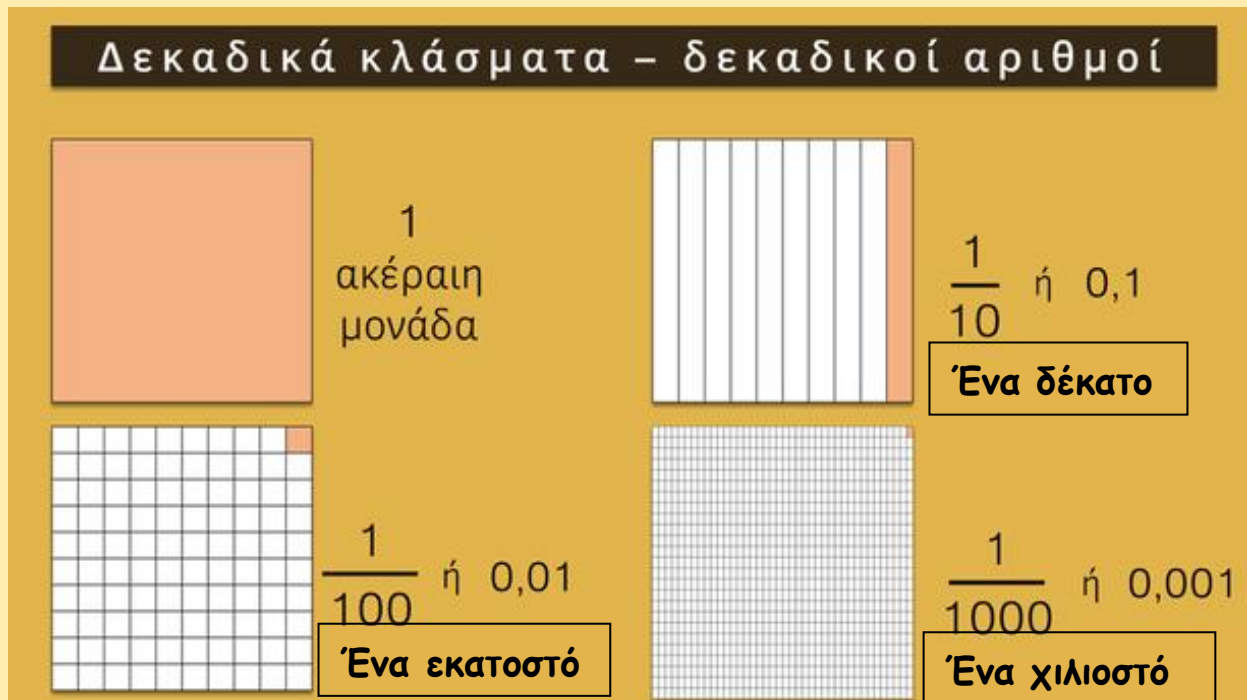
Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν το εφαρμογίδιο για να υπολογίσουν το μέρος ενός συνόλου διακριτών αντικειμένων, Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να χωρίσουν και να τοποθετήσουν αντικείμενα (κύκλους) σε ομάδες ώστε να υπολογίσουν το κλασματικό μέρος ενός αριθμού.



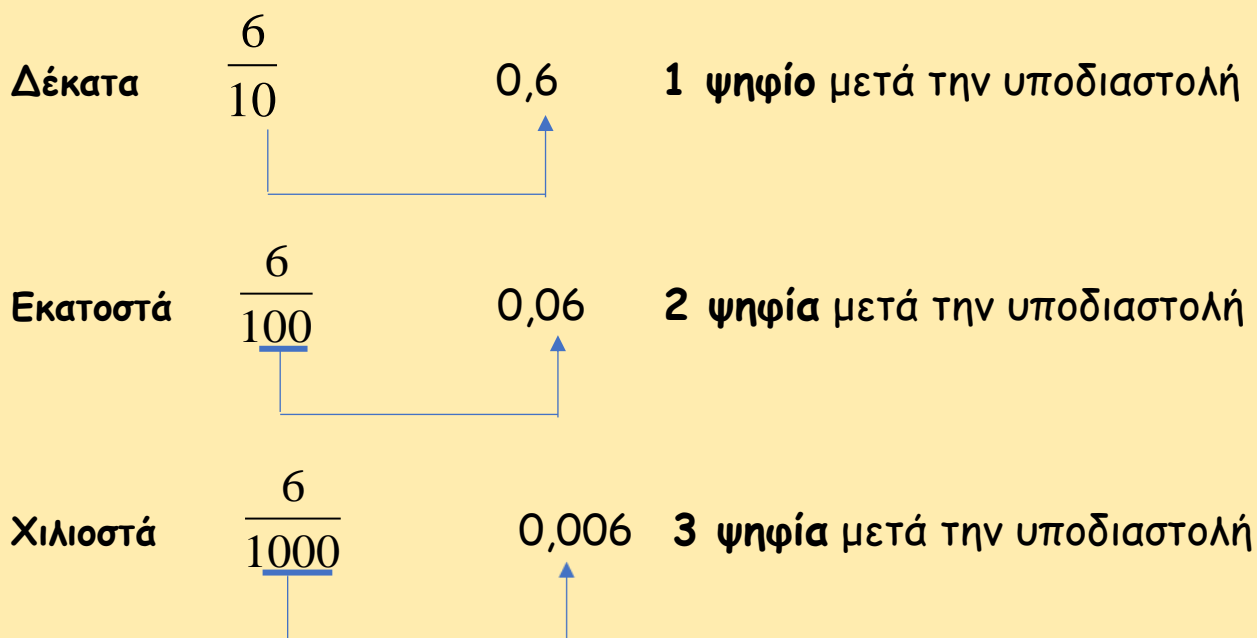
4. ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ

ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ...

Δεκαδικοί αριθμοί είναι κλάσματα που έχουν ως παρονομαστή το 10 ή το 100 ή το 1000 κ.τ.λ



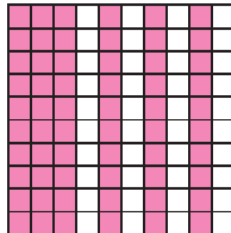
Γραφή δεκαδικών αριθμών:

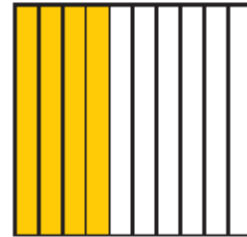


ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

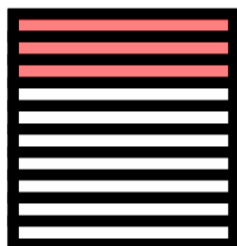
Άσκηση 1: Να γράψεις με λέξεις, σε μορφή δεκαδικού και σε μορφή κλάσματος τον αριθμό που παρουσιάζει το σκιασμένο μέρος:



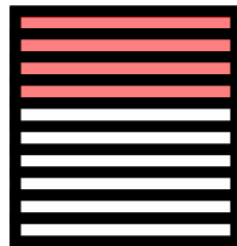




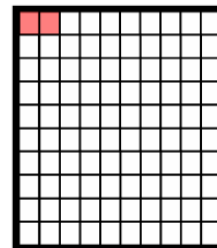
Άσκηση 2: Κυκλώνω το γράμμα που δείχνει πόσο είναι το σκιασμένο μέρος, αν η μεγάλη τετράγωνη επιφάνεια αναπαριστά μία ακέραια μονάδα.



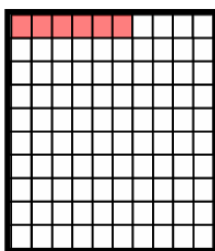
- A. 31
- B. 30
- Γ. 0,3
- Δ. 0,03



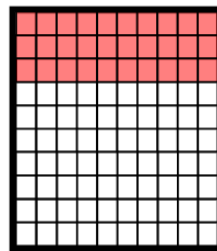
- A. 0,04
- B. 0,4
- Γ. 40
- Δ. 44



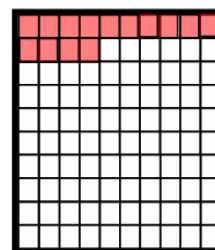
- A. 20
- B. 0,02
- Γ. 24
- Δ. 2



- A. 6
- B. 0,06
- Γ. 0,6
- Δ. 60

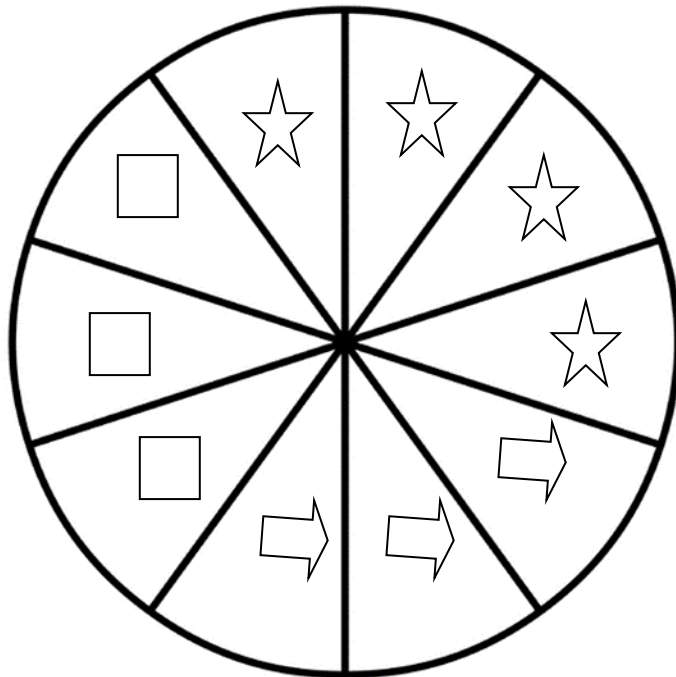


- A. 30
- B. 3
- Γ. 0,30
- Δ. 0,03



- A. 14
- B. 0,014
- Γ. 0,14
- Δ. 140

Άσκηση 3: Βάζω ✓ στις σωστές απαντήσεις



A) τρία δέκατα του κύκλου έχουν αστεράκι

B) 0,3 του κύκλου έχουν τετράγωνο

Γ) $\frac{3}{10}$ του κύκλου δεν έχουν βελάκι

Δ) 0,7 του κύκλου έχουν βελάκι ή αστεράκι

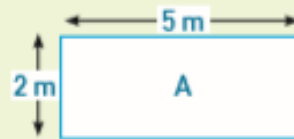
5. ΕΜΒΑΔΟΝ - ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ

ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ...

Για να υπολογίσουμε το **εμβαδόν** ενός **ορθογωνίου**, πολλαπλασιάζουμε το **μήκος** επί το **πλάτος** του.

$$E_{\text{ορθογωνίου}} = \text{μήκος} \times \text{πλάτος}$$

$$\text{Εμβαδόν}_{\text{ορθογωνίου A}} = 5 \times 2 = 10 \text{ m}^2$$



Για να υπολογίσουμε την **περίμετρο** ενός **ορθογωνίου**:

- Προσθέτουμε το μήκος όλων των πλευρών.

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = \text{πλευρά 1} + \text{πλευρά 2} + \text{πλευρά 3} + \text{πλευρά 4}$$

$$\text{Περίμετρος}_{\text{ορθογωνίου A}} = 5 + 2 + 5 + 2 = 14 \text{ m}$$

ή

- Προσθέτουμε το διπλάσιο του μήκους και το διπλάσιο του πλάτους.

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = (2 \times \text{μήκος}) + (2 \times \text{πλάτος})$$

$$\text{Περίμετρος}_{\text{ορθογωνίου A}} = (2 \times 5) + (2 \times 2) = 14 \text{ m}$$

ή

- Προσθέτουμε το **μήκος** και το **πλάτος** του και πολλαπλασιάζουμε επί 2.

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = (\text{μήκος} + \text{πλάτος}) \times 2$$

$$\text{Περίμετρος}_{\text{ορθογωνίου A}} = (5 + 2) \times 2 = 14 \text{ m}$$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Άσκηση 1: Λύσε τα πιο κάτω προβλήματα

Α) Το μήκος της φωτογραφοθήκης που αγόρασε ο Αλέξανδρος είναι 8 cm.

Το πλάτος είναι 6 cm. Ποιο είναι το εμβαδόν της φωτογραφοθήκης;

Μαθηματική Πρόταση:

Απάντηση:

Β) Η πισίνα ενός ξενοδοχείου έχει μήκος 8m και πλάτος 5 m. Πόση είναι η περίμετρος της πισίνας;

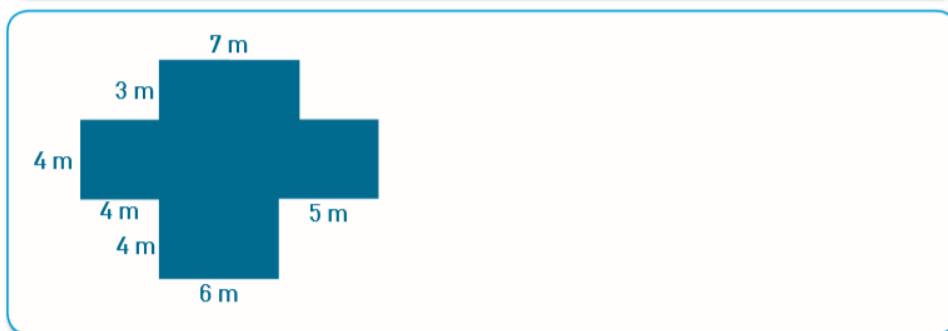
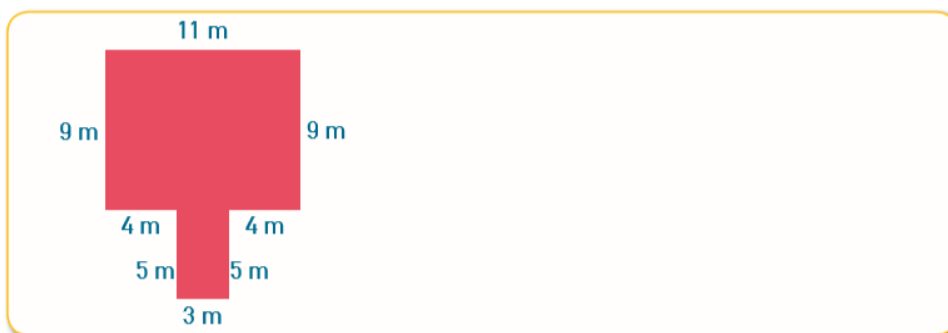
Μαθηματική Πρόταση:

Απάντηση:.....

Γ) Η κ. Ιωάννα αγόρασε ένα ορθογώνιο χαλί. Αν το εμβαδόν του είναι 24m και η περίμετρος του είναι 22m ποιες είναι οι διαστάσεις του;

Μήκος:..... Πλάτος:.....

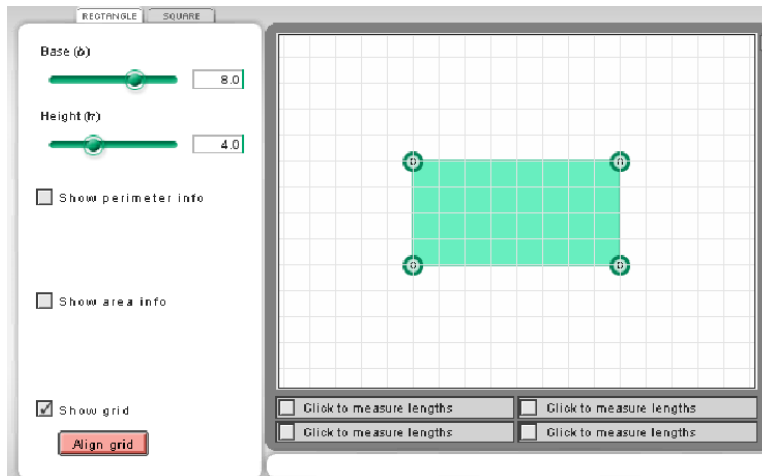
Άσκηση 2: Να βρεις την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων



ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΟ

A) <http://www.explorelarning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=235>

Το εφαρμογίδιο υποστηρίζει τη διδασκαλία που αφορά στη μέτρηση περιμέτρου και εμβαδού ορθογωνίου.



B) <http://www.explorelarning.com/index.cfm?method=cResource.dspDetail&ResourceID=1011>

Το εφαρμογίδιο υποστηρίζει τη διδασκαλία των εννοιών «περίμετρος» και «εμβαδόν». Τα παιδιά μπορούν να κατασκευάσουν σχήματα καλύπτοντας την επιφάνεια με τετραγωνικές μονάδες ή/και καθορίζοντας το περίγραμμα των σχημάτων.

